



Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn
POLITECHNIKA OPOLSKA

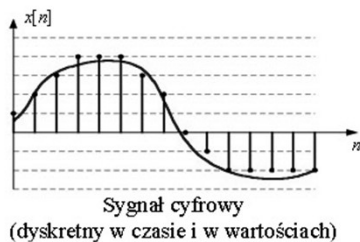
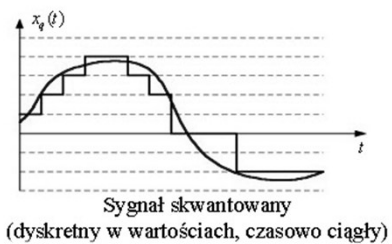
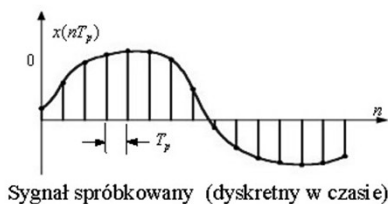
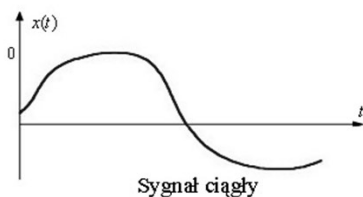
Komputerowe wspomaganie eksperymentu
Zjawisko aliasingu.
Filtr antyaliasingowy.
Przecieki widma - okna czasowe.

dr inż. Roland PAWLICZEK

Zjawisko aliasingu

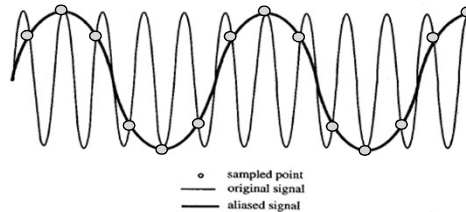
Sygnałem ciągłym w czasie jest funkcja $x(t)$, której dziedziną jest każdy punkt pewnego przedziału osi czasu.

Sygnałem dyskretnym w czasie jest funkcja $x[n]$, której dziedziną jest zbiór liczb całkowitych.



Zjawisko aliasingu

Zbyt mała liczba punktów pomiarowych (próbek) nie pozwala we właściwy sposób odtworzyć przebiegu sygnału.



Dla sygnału ograniczonego pasmem można uniknąć efektu aliasingu, gdy częstotliwość próbkowania f_A spełnia warunek

$$f_A = \frac{1}{T_A} > 2f_{\max}$$

gdzie f_{\max} jest największą występującą w sygnale częstotliwością

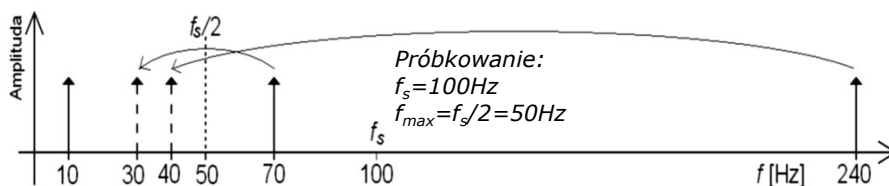
3

Zjawisko aliasingu

Przesunięcie widma:

częstotliwość zmierzona f_p zostaje „przesunięta” w kierunku niższych częstotliwości $\rightarrow f_p = |n \cdot f_s - f_A|$,

gdzie $n \cdot f_s$ jest wielokrotnością częstotliwości próbkowania leżącą najbliżej częstotliwości f_A .



Dla składowych: **10Hz, 70Hz i 240Hz**. W tym przypadku składowa 10Hz $< f_{\max}$ spełnia warunek graniczny i będzie przedstawiona na wykresie widma jako pik na częstotliwości 10Hz,

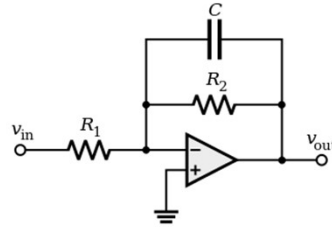
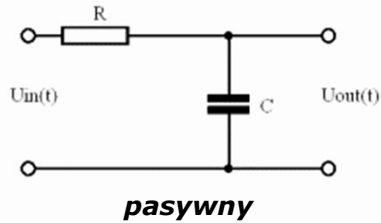
dla

- 70Hz jest $|1 \cdot 100 - 70| = 30\text{Hz}$ (pik na cz. 30 Hz)
- 240Hz jest $|2 \cdot 100 - 240| = 40\text{Hz}$ (pik na cz. 40 Hz).

4

Filtr antyaliasingowy

Musi zatrzymać częstotliwości powyżej f_{max} → filtr dolnoprzepustowy.



Stała czasowa: $T = RC$

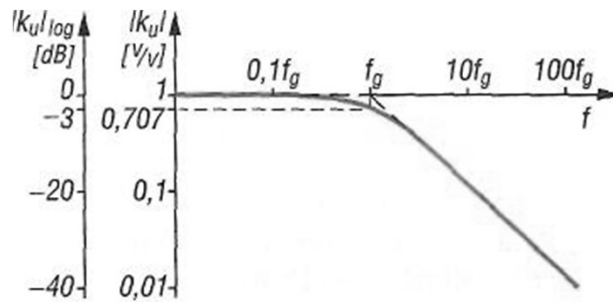
Częstotliwość odcięcia: $f_c = \frac{1}{2\pi T} = \frac{1}{2\pi RC}$

5

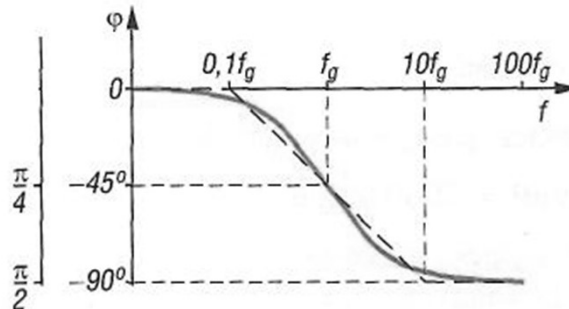
Filtr antyaliasingowy

Charakterystyki:

Amplitudowa



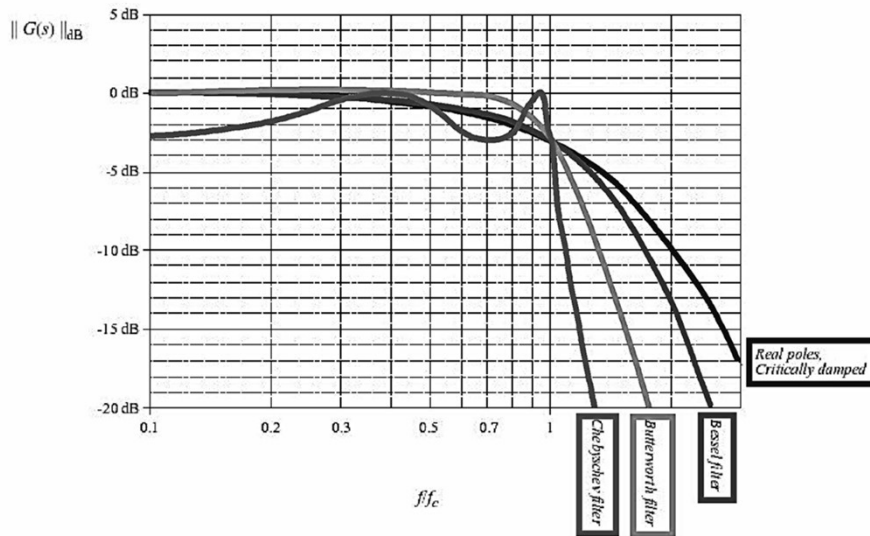
Fazowa:



6

Filtr antyaliasingowy

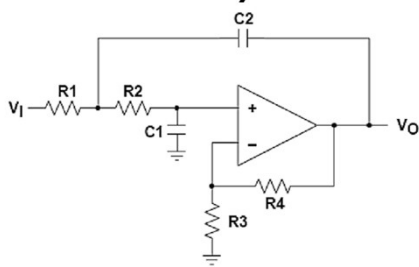
Charakterystyki:



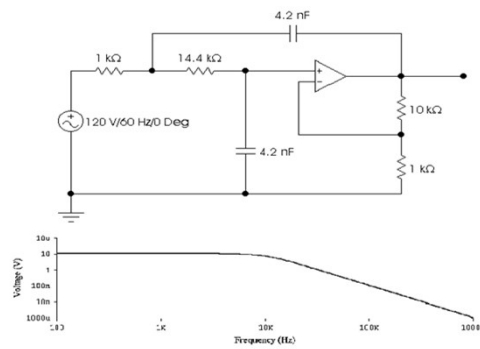
7

Filtr antyaliasingowy

Układ Sallen-Key'a:



$$K = 1 + \frac{R_4}{R_3}, \quad f = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$



$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ $R_2 = 14,4 \text{ k}\Omega$
 $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$ $R_4 = 10 \text{ k}\Omega$
 $C_1 = 4,2 \text{ nF}$ $C_2 = 4,2 \text{ nF}$

$K = 11$ $f = 9986 \text{ Hz} \sim 10 \text{ kHz}$

8

Filtr antyaliasingowy



Porównanie odpowiedzi układu dla filtra
Butherwortha rzędu 1, 3 i 5.



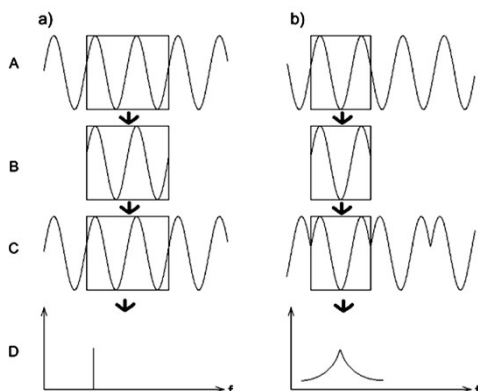
Porównanie odpowiedzi układu dla filtrów
Butherwortha, Chebysheva i Bessela
(rzęd 3)

9

Błąd pomiarowy przecieku

Przeciek – zakłócenie widma sygnału wynikające z czasu trwania pomiaru oraz procedur przetwarzania FFT.

Stopień zniekształcenia widma sygnału zależy od tego, czy ciąg próbek po operacji okienkowania zawiera całkowitą liczbę okresów składowych harmoniczných w nim zawartych.



Po operacji okienkowania otrzymuje się ciąg N próbek, przy czym odstęp między sąsiednimi próbkami jest równy okresowi próbkowania

$$T_s = 1/f_s$$

Długość okna czasowego wynosi

$$T_w = N \cdot T_s = N/f_s$$

Błąd pomiarowy przecieku

- Widmo częstotliwościowe sygnału charakteryzowane jest przez dwa parametry: rozdzielczość i szerokość widma.
- Rozdzielczość widma f_w określa odległość między dwoma prążkami. Im mniejsza wartość f_w , tym gęstość prążków jest większa, co pozwala na dokładniejsze wyznaczenie składowych występujących w widmie.
- Rozdzielczość widma można wyznaczyć jako odwrotność długości okna czasowego:

$$f_w = \frac{1}{T_w} = \frac{f_s}{N}$$

Błąd pomiarowy przecieku

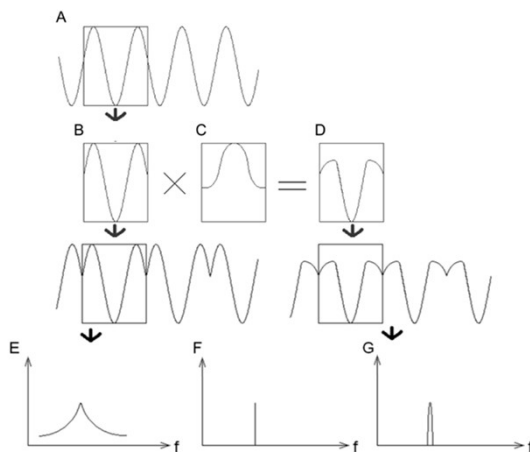
- Szerokość widma f_m określona jest przez największą częstotliwość przedstawioną w widmie sygnału. Liczba składowych w widmie (bez składowej zerowej) wynosi $N/2-1$.
- Stąd szerokość widma można obliczyć jako iloczyn liczby składowych i rozdzielczości:

$$f_m = \left(\frac{N}{2} - 1\right) f_w = \left(\frac{N}{2} - 1\right) \frac{f_s}{N} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2}{N}\right) f_s$$

- Dla dużej liczby próbek N szerokość widma jest w przybliżeniu równa połowie częstotliwości próbkowania $f_m = f_s/2$.
- Dobór okna czasowego ma ważne znaczenie dla rozdzielczości częstotliwościowej i amplitudowej w analizie częstotliwościowej sygnałów. Zbyt mała rozdzielczość nie pozwoli na rozróżnienie dwóch składowych o zbliżonych częstotliwościach lub dwóch składowych o większej różnicy amplitud.

Okna czasowe wygładzające

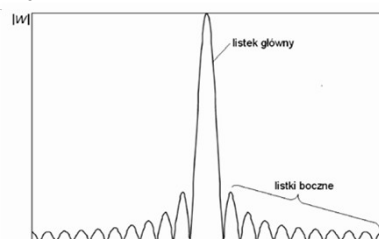
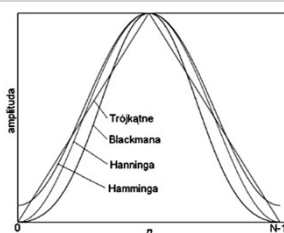
- Efekt przecieku może być ograniczony przez odkształcenie wycinka sygnału przez jego wytłumienie na krańcach przedziału.
- Odkształcenie takie, a przez to zmniejszenie przenikania widma, można uzyskać przez zastosowanie okna czasowego o kształcie innym niż prostokątne:



Okna czasowe wygładzające

• Znanych jest wiele różnych okien, różniących się charakterystyką. Wybór danego okna zależy od konkretnego zastosowania, np. okno prostokątne nadaje się bardziej do przebiegów nieustalonych, okno Hanninga do sygnałów ciągłych.

• Poszczególne funkcje różnią się szerokością listka głównego i tłumieniem listków bocznych, co ma znaczenie w rozdzielczości analizy częstotliwościowej. Jeżeli szerokość listka głównego będzie większa od różnicy częstotliwości dwóch składowych, to odpowiadające im prążki zleją się w jeden. Jeżeli natomiast wysokość listków bocznych będzie porównywalna z amplitudą innych składowych, to te składowe mogą nie zostać wykryte.



Okna czasowe wygładzające

- Okno trójkątne w stosunku do okna prostokątnego lepiej tłumi listki boczne, ale ma szerszy listek główny.
- Okno Hanninga, ze względu na funkcję cosinus występującą w jego opisie ma łagodniejszy kształt od okna prostokątnego i lepiej tłumi listki boczne.
- Kształt okna Hamminga w porównaniu z oknem Hanninga powoduje zwiększenie tłumienia listków bocznych, nie wpływając na szerokość listka głównego.
- Okno Blackmana w porównaniu z oknami Hamminga i Hanninga lepiej tłumi listki boczne, ale ma szerszy listek główny.

Porównanie parametrów okien wygładzających

Nazwa okna	Szerokość listka głównego	Względne tłumienie listków bocznych [dB]
Prostokątne	$2\pi/N$	-13
Trójkątne (Bartletta)	$4\pi/N$	-25
Hanninga (Hanna)	$4\pi/N$	-31
Hamminga	$4\pi/N$	-41
Blackmana	$6\pi/N$	-57

Okna czasowe wygładzające

