

KATEDRA MECHANIKI I PODSTAW KONSTRUKCJI MASZYN POLITECHNIKA OPOLSKA

KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE EKSPERYMENTU

Instrukcja do ćwiczeń laboratoryjnych

Badanie wpływu częstotliwości próbkowania i wielkości bufora pomiarowego na kształt charakterystyk sygnału.

Opracował: Dr inż. Roland Pawliczek

1. Cel ćwiczenia.

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z funkcją gęstości widmowej mocy sygnału dla różnego typu sygnałów oraz zbadanie wpływu parametrów procesu próbkowania sygnału na kształt funkcji. W ćwiczeniu zaprezentowane zostanie zjawisko aliasingu i przecieków widma oraz procedury przeciwdziałania tym zjawiskom.

2. Konwersja analogowo-cyfrowa.

Sygnał analogowy x(t) jest sygnałem o określonej w dowolnej chwili czasu t. Aby mógł być przetwarzany za pomocą układów cyfrowych musi zostać poddany konwersji analogowo-cyfrowej, która polega na przetworzeniu na ciąg N liczb {x[0], x[1], x[2], ..., x[N–1]} odpowiadających wartościom chwilowym sygnału analogowego w stałych odstępach czasu. Każdemu punktowi zostaje przypisana chwila czasowa oraz wartość. O ile przypisanie wartości odbywa się na określonych poziomach z rozdzielczością określaną na podstawie zakresu pomiarowego i rozdzielczości karty pomiarowej, to proces pobierania punktów z przebiegu czasowego (**próbkowanie**) można stosunkowo łatwo konfigurować poprzez zmianę odstępu czasowego pomiędzy próbkami. Pociąga to za sobą zmiany w odzwierciedlaniu sygnału analogowego w zapisie cyfrowym i ma istotny wpływ na identyfikację i przetwarzanie sygnału. Próbkowanie sygnału ciągłego x(t) polega na akwizycji w dyskretnych momentach czasu $n \cdot \Delta t$ próbek x($n \cdot \Delta t$). W wyniku próbkowania otrzymuje się ciąg próbek sygnału {x(t₀), x(t₁), x(t₂), ..., x(t_{N-1})} w dyskretnych chwilach t_i (Rys.1).



Rys. 1. Konwersja analogowo-cyfrowa.

3. Częstotliwość próbkowania. Zjawisko aliasingu.

Ważnym parametrem próbkowania jest jego częstotliwość (sampling rate). Obecnie produkowane przetworniki analogowo-cyfrowe posiadają maksymalną częstotliwość próbkowania od kilkudziesięciu kiloherców do kilku megaherców. Częstotliwość próbkowania określa, ile próbek jest pobieranych w jednostce czasu. Aby pobrane próbki w sposób efektywny opisywały przetwarzany sygnał analogowy należy pobrać ich możliwie jak najwięcej. Oczywiście istnieją tu ograniczenia, głównie sprzętowe i dodatkowo duża częstotliwość próbkowania mocno obciąża system. Należy mieć świadomość, że nie można odzwierciedlić sygnałów o częstotliwości większej niż na to pozwala kata pomiarowa. Niewłaściwie dobrana częstotliwość próbkowania prowadzi zwykle do błędu interpretacji sygnału analogowego zwanego aliasingiem (Rys.2). Na podstawie punktów pobranych z oryginalnego przebiegu analogowego (Rys. 2 - original signal) system identyfikuje go jako sygnał o innej częstotliwości (Rys. 2 – aliased signal). Ma to miejsce w przypadku, gdy częstotliwość sygnału jest większa od pewnej częstotliwości granicznej.

• sampled point original signal aliased signal Rys. 2. Zjawisko aliasingu. Jeżeli przyjmiemy częstotliwość próbkowania f_s, to zgodnie z twierdzeniem Shannona-Kotielnikowa zjawisko nie wystąpi, gdy częstotliwość sygnału będzie spełniała warunek $2 \cdot f_A < f_s$, czyli częstotliwość próbkowania musi być co najmniej dwa razy wyższa niż najwyższa częstotliwość składowych występujących w sygnale. W przeciwnym przypadku częstotliwość zmierzona f_p zostaje "przesunięta" w kierunki niższych częstotliwości zgodnie z zależnością f_p=|**n** \cdot f_s-f_A|, gdzie **n** \cdot f_s jest wielokrotnością częstotliwości próbkowania leżącą najbliżej częstotliwości f_A.

Jeżeli np. w sygnale występują składowe o częstotliwościach 10Hz, 70Hz i 240Hz (Rys. 3 [1]), a częstotliwość próbkowania wynosi f_s =100Hz, to częstotliwość graniczna wynosi f_s /2=50Hz. W tym przypadku składowa 10Hz spełnia warunek graniczny i będzie przedstawiona na wykresie widma jako pik na częstotliwości 10Hz (Rys.3).



Rys. 3. Przykład przesunięcia widma [1].

Natomiast dla częstotliwości:

- 70Hz jest |1·100 70|=30Hz (pik na cz. 30 Hz)
- 240Hz jest |2·100 240|=40Hz (pik na cz. 40 Hz).

Zwykle dla określonej częstotliwości próbkowania stosuje się filtrowanie sygnału dla częstotliwości wyższych aniżeli połowa częstotliwości próbkowania. Jest to tzw. Filtr antyaliasingowy.

4. Widmo mocy sygnału.

Widmo sygnału jest jedną podstawowych charakterystyk próbkowanego sygnału i przedstawia jego strukturę częstotliwościową (składowe harmoniczne sygnału). Wykorzystywane jest tutaj przekształcenia Fouriera (tzw. Procedura FFT : Fast Fourier Transform – Szybka Transformata Fouriera) zgodnie z którą dowolny sygnał analogowy jest przedstawiony za pomocą szeregu składowych harmonicznych o różnych amplitudach i częstotliwościach (Rys. 4).

$$F(t) = C_{0} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{n} \cos(n\omega_{0}t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_{n} \sin(n\omega_{0}t)$$

$$F(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t \le T/2 \\ -1 & T/2 \le t \le T \end{cases}$$

$$F(t) = \frac{4}{\pi} \sin(\omega_{0}t) + \frac{4}{3\pi} \sin(3\omega_{0}t) + \frac{4}{5\pi} \sin(5\omega_{0}t) + \cdots$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(2n-1)\pi} \sin[(2n-1)\omega_{0}t]$$

Rys. 4. Transformata Fouriera dla przebiegu prostokątnego.

Sumowanie kolejnych składowych pozwala uzyskać sygnał coraz bardziej zbliżony do wyjściowego (Rys.5).



Rys. 5. Składowe harmoniczne i wykres widma sygnału.

Zwykle wartości dla funkcji widmowej są związane z mocą poszczególnych składowych harmonicznych, która jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy składowej. Mówimy wtedy o wykresie gęstości widmowej mocy.

5. Okna czasowe. Zjawisko przecieku.

Procedura numeryczna transformaty Fouriera jest przeprowadzana dla określonej liczby próbek n=1,2,3...N-1, gdzie N jest długością okna liczoną w próbkach. W praktyce mówimy o skończonym czasie obserwacji (pomiaru), które jest nazywane oknem czasowym. Przy zadanej częstotliwości próbkowania f_s i liczbie próbek N długość okna czasowego może być obliczona jako $T_w=N/f_s$. Ponieważ operacja ta polega na wycięciu fragmentu sygnału bez jego zniekształcania, okno to nazywane jest oknem czasowym prostokątnym.

Na skutek skończonego czasu obserwacji powstaje zjawisko tzw. "przecieku widma". Pojawia się w przypadku, gdy liczba dla wyróżnionych w sygnale składowych harmonicznych ich liczba cykli nie jest liczbą całkowitą (Rys. 6).



A – sygnał oryginalny, B – sygnał ograniczony oknem czasowym, C – sygnał po operacji okienkowania, D – widmo sygnału.

 D

Rys. 6. Zjawisko przecieku widma a) szerokość okna równa dwóm okresom analizowanego sygnału, b) szerokość okna równa niecałkowitej liczbie okresów sygnału [1].

Skutkuje to poszerzeniem piku funkcji widma sygnału dla częstotliwości składowych, dla których ten efekt wystąpił. Wykres sugeruje, że w sygnale występują składowe o częstotliwościach zbliżonych do wyróżnionej składowej, co nie jest prawdą. Ponieważ największy wpływ na to zjawisko mają krańce okna czasowego zastosowanie dłuższych odcinków pomiarowych pozwala na dokładniejsze wyznaczenie funkcji widma sygnału. Aby nie zmieniać długości okna stosuje się okna czasowe wygładzające o innej postaci niż prostokątne, ale zniekształcają one sygnał tak, aby na krańcach okna czasowego zmniejszyć wagę sygnału (Rys. 7).



- A sygnał oryginalny,
- B sygnał czasowy ograniczony oknem czasowym,
- C-kształt okna wygładzającego,
- D postać sygnału na wyjściu okna

wygładzającego,

E – widmo sygnału obliczone bez okna

wygładzającego,

F – teoretyczne widmo sygnału,

G-widmo sygnału ograniczonego oknem wygładzającym.

Rys. 7. Okna czasowe wygładzające [1].

Znanych jest wiele różnych okien, różniących się charakterystyką. Wybór danego okna zależy od konkretnego zastosowania, np. okno prostokątne nadaje się bardziej do przebiegów nieustalonych, okno Hanninga do sygnałów ciągłych [1].

Poszczególne funkcje różnią się szerokością listka głównego i tłumieniem listków bocznych, co ma znaczenie w rozdzielczości analizy częstotliwościowej. Jeżeli szerokość listka głównego będzie większa od różnicy częstotliwości dwóch składowych, to odpowiadające im prążki zleją się w jeden. Jeżeli natomiast wysokość listków bocznych będzie porównywalna z amplitudą innych składowych, to te składowe mogą nie zostać wykryte [1].

6. Przebieg ćwiczenia.

Program do analizy sygnału.

Do wykonania ćwiczenia należy wykorzystać program *kwesp_L2.vi*. Po uruchomieniu programu wyświetlony zostanie interfejs użytkownika (Rys. 8).

Ramka SYGNAŁ pozwala na konfigurację symulowanego napięciowego sygnału analogowego. Pole *Typ sygnału* pozwala wybrać z listy sygnał sinusoidalny, prostokątny lub piłokształtny. W polu *Cz. sygnału* należy wprowadzić wielkość wyrażoną w Hz.

Ramka KONWERSJA A/C zawiera pole określające *Częstotliwość próbkowania* w Hz oraz listę dostępnych okien czasowych (domyślnie okno **prostokątne**).





Rys. 7. Interfejs programu.

Jako wynik otrzymuje się wykresy:

- obraz sygnału analogowego (kolor niebieski na górnym wykresie),
- obraz sygnału przetworzonego za pomocą okna czasowego (kolor czerwony na górnym wykresie);
- wykres funkcji G_x gęstości widmowej mocy sygnału (na wykresie dolnym). Wartość funkcji G_x jest wyskalowana w dB.

Edycja wykresów: możliwa jest zmiana zakresu osi na wykresach poprzez dwukrotne kliknięcie na etykiecie ostatniej liczby określającej wartość maksymalną na osi.

Aby zapisać wykres w postaci graficznej należy kliknąć prawym klawiszem myszy na wykresie i z pojawiającego sę menu wybrać opcję *Export/Export Simplified Image*. W oknie dialogowym należy zaznaczyć typ pliku *Bitmap* (.bmp), wybrać opcję *Save to file* i wskazać miejsce zapisu pliku na dysku lokalnym.

ZADANIE 1: badanie wpływu liczby próbek na widmo sygnału.

1. Wprowadzić następujące parametry do programu:

 auzie następujące parameny ao	programa.
Typ sygnału:	Sinus
Częstotliwość	20 Hz
Częstotliwość próbkowania:	1000 Hz
Okno czasowe:	Prostokątne
Liczba próbek :	200,500, 1000, 2000
., ^	

2. Uruchomić program i zapisać wykresy na dysku.

ZADANIE 2: Aliasing - badanie relacji częstotliwości sygnału i częstotliwości próbkowania na postać funkcji

<u>widmowej mocy.</u>

- 1. Wprowadzić do programu parametry podane w tabeli.
- 2. Uruchomić program i zapisać wykresy na dysku dla każdego przypadku częstotliwości sygnału.

	Częstotliwość sygnału, Hz
Typ sygnału: Sinus	a) 50
Liczba próbek: 1000	b) 200
Cz.próbkowania: 1000 Hz	c) 900
Okno czasowe: Prostokątne	d) 5200

- 3. Czy wykresy funkcji gęstości widmowej mocy przedstawiają właściwą charakterystykę analizowanego sygnału? Jaka jest częstotliwość będąca wynikiem analizy?
- 4. Dla zadanej częstotliwości próbkowania i częstotliwości sygnału obliczyć częstotliwość aliasingu sygnału (patrz rozdział 3 instrukcji).
- 5. Oblicz wymaganą częstotliwość próbkowania niezbędną do uzyskania prawidłowej postaci widma sygnału dla sygnałów, dla których zaobserwowano zjawisko aliasingu. Wykonać symulację dla obliczonych częstotliwości próbkowania i sprawdzić otrzymane wyniki.

ZADANIE 3: Wpływ okien czasowych na postać funkcji gęstości widmowej mocy.

1. Wprowadzić do programu parametry podane w tabeli, wykonać obliczenia i zapisać wykresy.

	Częstotliwość sygnału, Hz	
Typ sygnału: Sinus	a) 50	
Liczba próbek: 500	b) 50,6	
Cz.próbkowania: 1000 Hz		
Okno czasowe: Prostokątne		

- 2. Dla sygnału o częstotliwości 50,6 Hz wykonać wykresy z zastosowaniem pozostałych okien czasowych: Hanninga i Balckmana.
- 3. Opisz różnicę pomiędzy wykresami dla okna czasowego prostokątnego i sygnałów o cz. 50 i 50,6 Hz. Co jest przyczyną tego efektu?
- 4. W jaki sposób okno czasowe wpływa na postać sygnału pooddawanego dalszej analizie? Porównaj przebiegi czasowe dla różnych typów okna czasowego.
- 5. Dla sygnału o cz. 50,6 Hz opisz różnice w postaci funkcji gęstości widmowej mocy sygnału.

7. Sprawozdanie.

W sprawozdaniu należy opisać cel i zakres wykonanych symulacji. Należy zamieścić wykresy z opisami oraz wykonane obliczenia. Sprowadzanie zakończyć podsumowaniem obserwacji i wnioskami.

Literatura:

- [1.] D. Świsulski, Przykłady cyfrowego przetwarzania sygnałów w LabVIEW, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2014
- [2.] Przewodniki i dokumentacja National Instruments (www.ni.com)