



**Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn
POLITECHNIKA OPOLSKA**

Mechatronika

Charakterystyki elementów układu regulacji

dr inż. Roland PAWLICZEK

Mechatronika

1

Odpowiedź układu

**Zmiana sygnału wyjściowego w zależności od sygnału
wejściowego dla obiektu.**

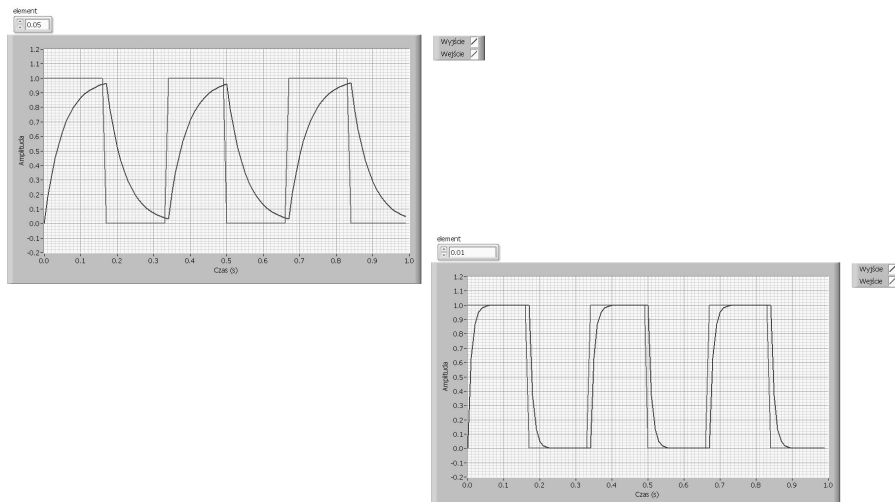
Przykład

Mechatronika

2

Odpowiedź układu

Zmiana sygnału wyjściowego w zależności od sygnału wejściowego dla obiektu.



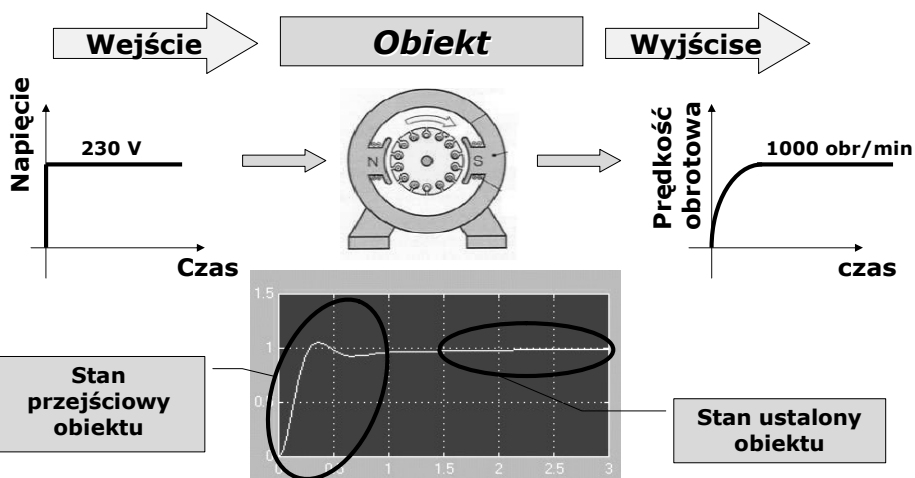
Mechatronika

3

Odpowiedź układu

Jak zbadać własności dynamiczne obiektu?

Obserwując jego zachowanie w odpowiedzi na określone wymuszenia.

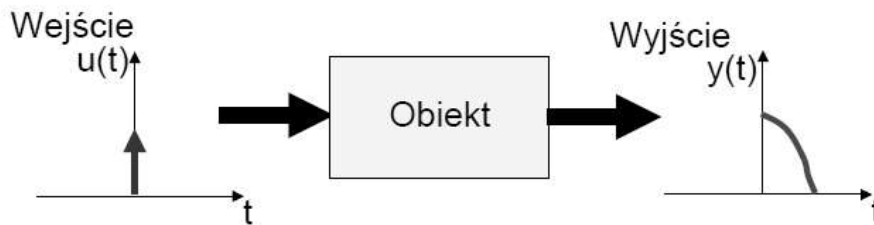


Mechatronika

4

Odpowiedź układu

Odpowiedź impulsowa – jest to odpowiedź układu na wymuszenie w postaci impulsu Dirraca.

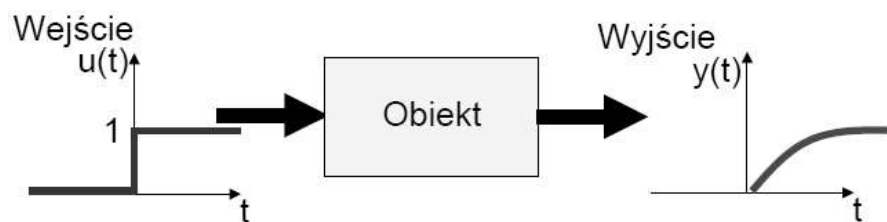


Mechatronika

5

Odpowiedź układu

Odpowiedź skokowa – jest to odpowiedź układu na wymuszenie w postaci sygnału o stałej wartości w czasie. Można mówić o skoku jednostkowym. Pozwala określić charakterystykę w stanie przejściowym obiektu.

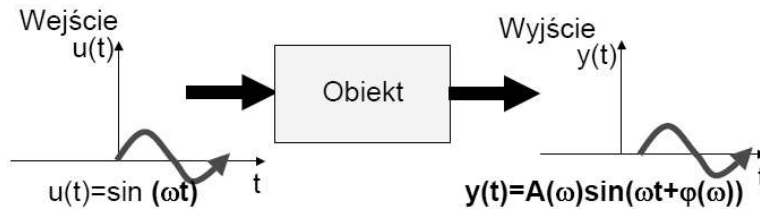


Mechatronika

6

Odpowiedź układu

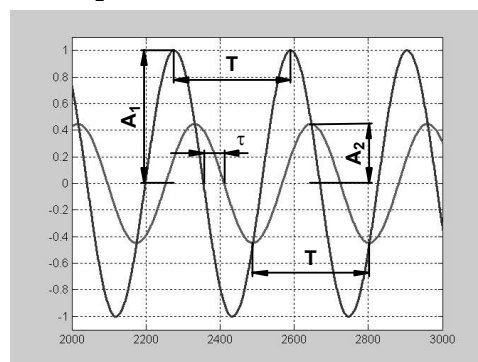
Fala sinusoidalna – jest wykorzystywana do określania odpowiedzi częstotliwościowej obiektu, czyli jak obiekt będzie reagował, gdy będzie zwiększana częstotliwość fali sinusoidalnej na wejściu.



Charakterystyka częstotliwościowa - Odpowiedź obiektu w stanie ustalonym na sinusoidalny sygnał wejściowy dla zmiennej częstotliwości wymuszenia.

Charakterystyki układu

- Do obiektu wprowadzany jest sygnał sinusoidalnie zmienny o amplitudzie A_1 i pulsacji ω $\mathbf{x(t) = A_1 \sin(\omega t)}$
- Na wyjściu z obiektu mierzony jest sygnał sinusoidalnie zmienny o amplitudzie A_2 i przesunięty w czasie o kąt φ . $\mathbf{y(t) = A_2 \sin(\omega t + \varphi)}$



- Jednostki - pulsacja ω [rad/s], częstotliwość f [Hz], okres drgań T [s], przesunięcie fazowe τ [s]

Charakterystyki układu

Co można zrobić z liczbami A_1 , A_2 , ω , φ ?

• **MODUŁ** $M(\omega) = \frac{A_2(\omega)}{A_1}$  najczęściej w dB (decyBelach)

pokazuje jak zmienia się amplituda sygnału wyjściowego w stosunku do wejściowego, gdy wzrasta pulsacja $\omega \rightarrow$ częstotliwość f .

- Z kolei funkcja kąta przesunięcia fazowego $\varphi(\omega)$ pokazuje jak sygnał wyjściowy opóźnia się w stosunku do sygnału wejściowego.

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$\varphi = \frac{2\pi\tau}{T}$$

Co to znaczy dB?

- zgodnie z definicją

$$\text{dB} = 20 \log \left(\frac{A_{\text{out}}}{A_{\text{in}}} \right)$$

- -3dB oznacza, że moc sygnału wyjściowego jest równa połowie mocy sygnału wejściowego.

$$\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \frac{1}{2}$$

- moc sygnału sinusoidalnego jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy

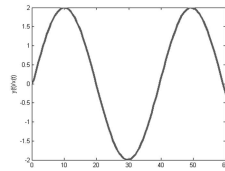
$$\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \frac{A_{\text{out}}^2}{A_{\text{in}}^2} \Rightarrow \frac{A_{\text{out}}}{A_{\text{in}}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\text{dB} = 20 \log \left(\frac{A_{\text{out}}}{A_{\text{in}}} \right) = 20 \log \left(\sqrt{\frac{1}{2}} \right) \approx -3$$

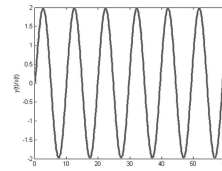
Charakterystyki układu

Zmieniamy częstotliwość fali sinusoidalnej i zapisujemy w tabeli amplitudę odpowiedzi układu:

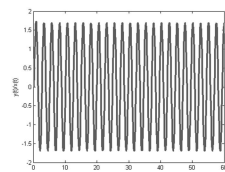
f Hz	ω / ω_0	M(ω)
0,16	0,25	2
0,32	0,50	1,993
0,48	0,75	1,986
0,64	1	1,974
1,27	2	1,905
2,55	4	1,686
3,82	6	1,446
5,09	8	1,235



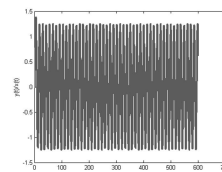
$\omega = 1$ ($f = 0,16$)



$\omega = 4$ ($f = 0,64$)



$\omega = 16$ ($f = 2,55$)



$\omega = 32$ ($f = 5,09$)

Jak to przedstawić na wykresie ?

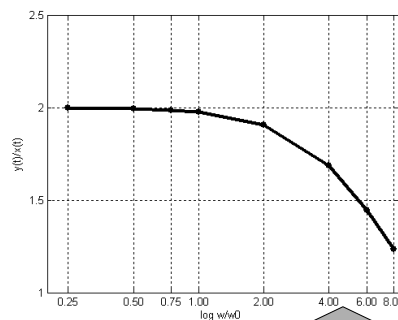
Mechatronika

11

Charakterystyki układu

Zmieniamy częstotliwość fali sinusoidalnej i zapisujemy w tabeli amplitudę odpowiedzi układu:

f Hz	ω / ω_0	M(ω)
0,16	0,25	2
0,32	0,50	1,993
0,48	0,75	1,986
0,64	1	1,974
1,27	2	1,905
2,55	4	1,686
3,82	6	1,446
5,09	8	1,235



Skala logarytmiczna

Matlab:

`w=[0.25; 0.50; 0.75; 1; 2; 4; 6; 8]`

`M=[1; 0.993; 0.986; 0.974; 0.905; 0.686; 0.446; 0.235];`

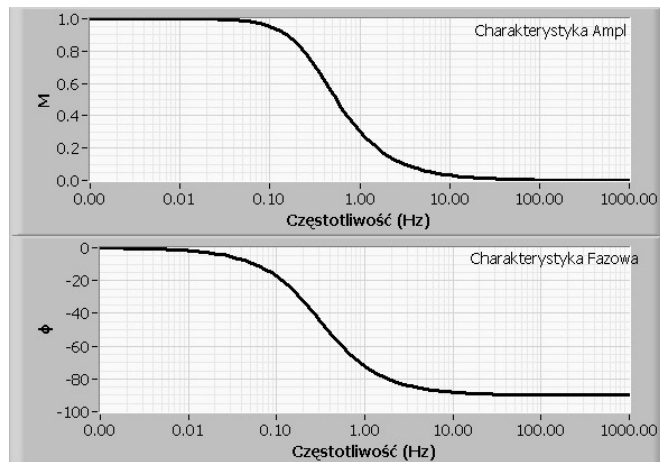
`plot(w,M);`

Mechatronika

12

Charakterystyki układu

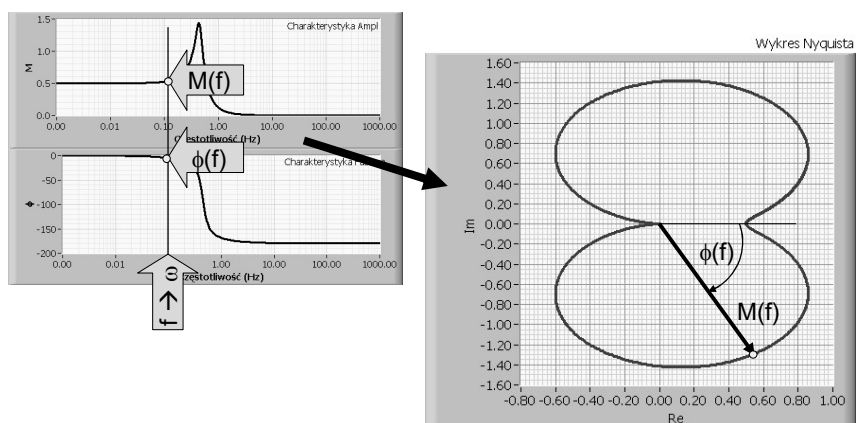
Wykres **Bodego** (1927r.) przedstawia na dwóch różnych rysunkach zależność kąta przesunięcia fazowego ϕ od częstotliwości oraz modułu M częstotliwości:



Mechatronika

13

Charakterystyki układu

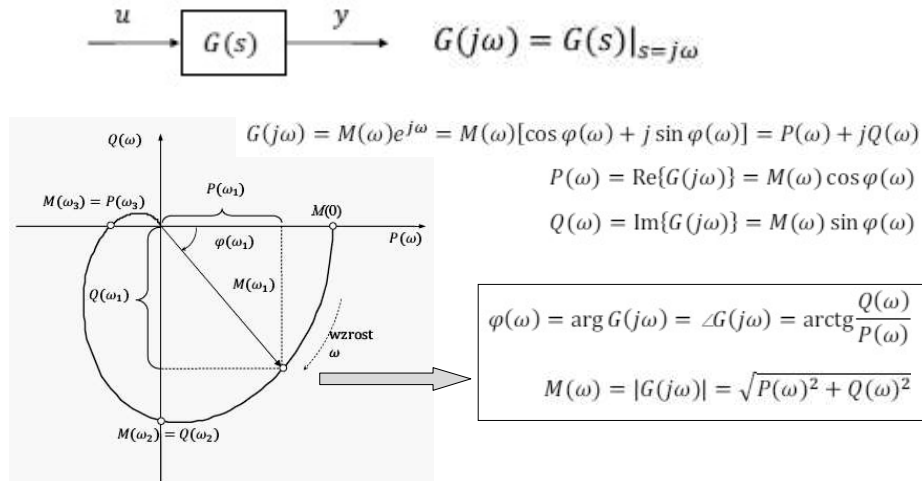


Mechatronika

14

Charakterystyki układu

Wykres **Nyquista** zależność pomiędzy kątem przesunięcia fazowego φ i modulem M dla zmiennych wartości częstotliwości



Mechatronika

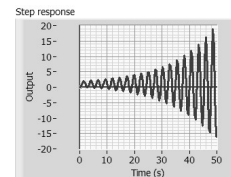
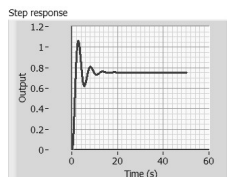
15

Charakterystyki układu

- Pokazują jak zachowuje się obiekt, jeżeli wzrasta częstotliwość sygnałów wejściowych → charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa
- Wykorzystywane do doboru nastaw regulatorów → badanie odpowiedzi skokowej dla stabilności krytycznej → dobór nastaw regulatorów wg. reguły **Zieglera-Nicholsa**



- Pozwalają na określenie częstotliwości rezonansowej.



- Można za ich pomocą badać stabilność układu regulacji.

Mechatronika

16

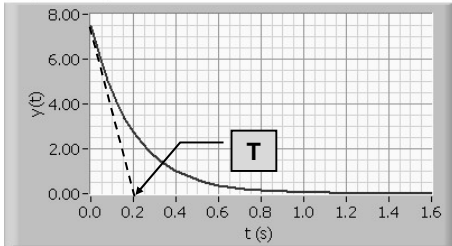
Obiekt rzędu pierwszego z opóźnieniem (PT1)

- Opisany równaniem różniczkowym rzędu pierwszego:

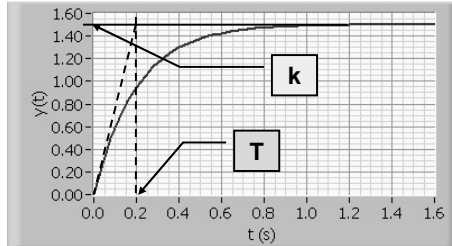
$$T \frac{dy}{dt} + y(t) = kx(t) \quad G(s) = \frac{k}{Ts + 1}$$

T – stała czasowa, k – wzmacnienie

Odpowiedź impulsowa



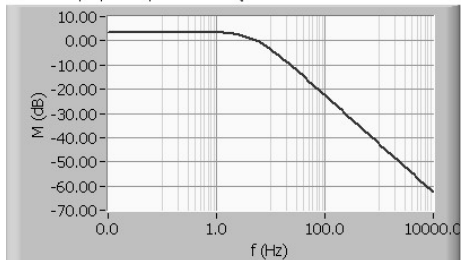
Odpowiedź skokowa



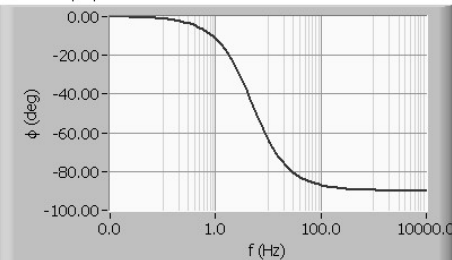
Dla $t=3T$ przyjmuje się, że obiekt osiąga stan ustalony (czas ustalania).

Obiekt rzędu pierwszego z opóźnieniem (PT1)

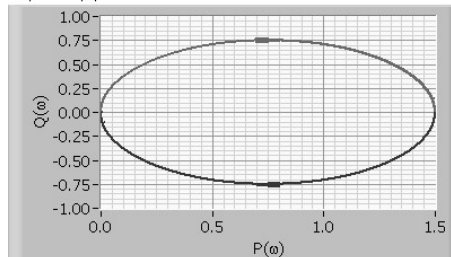
Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa



Charakterystyka fazowa



Wykres Nyquista



Obiekt rzędu drugiego oscylacyjny (PT2_{osc})

- Opisany równaniem różniczkowym rzędu drugiego:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2D\omega_n \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 y(t) = \omega_n^2 k u(t) \quad G(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2D\omega_n s + \omega_n^2}$$

k – wzmacnienie,

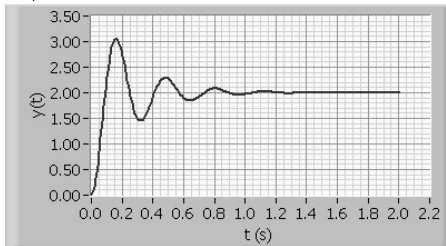
D – względny współczynnik tłumienia,

ω_n – częstość drgań własnych

Odpowiedź impulsowa



Odpowiedź skokowa

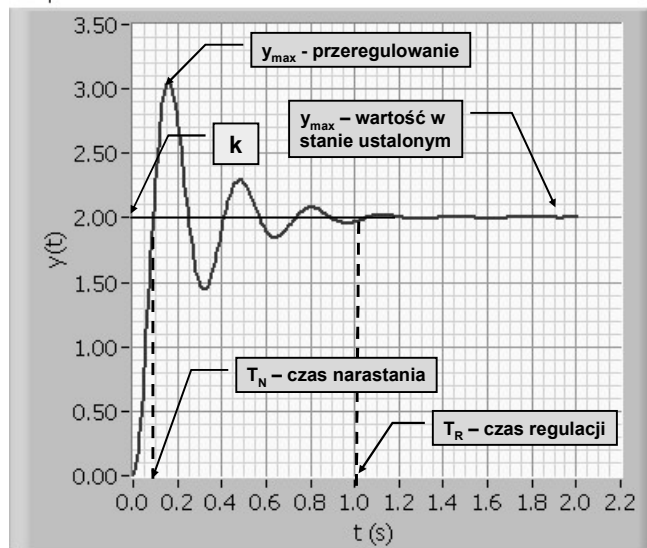


Mechatronika

19

Obiekt rzędu drugiego oscylacyjny (PT2_{osc})

Odpowiedź skokowa

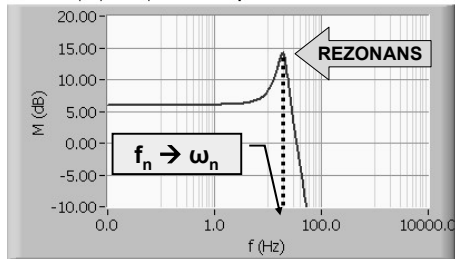


Mechatronika

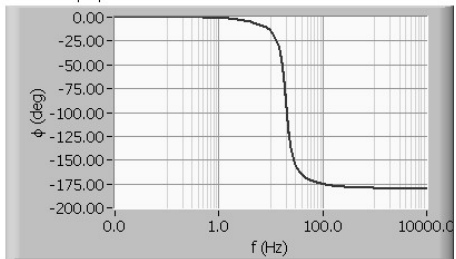
20

Obiekt rzędu drugiego oscylacyjny ($PT2_{osc}$)

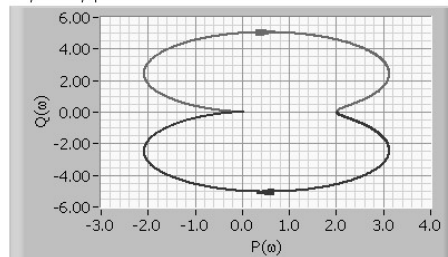
Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa



Charakterystyka fazowa



Wykres Nyquista



Mechatronika

21