



**KATEDRA MECHANIKI I PODSTAW KONSTRUKCJI MASZYN
POLITECHNIKA OPOLSKA**

MECHATRONIKA

Instrukcja do ćwiczeń laboratoryjnych

Analiza sygnałów czasowych.

Opracował: Dr inż. Roland Pawliczek

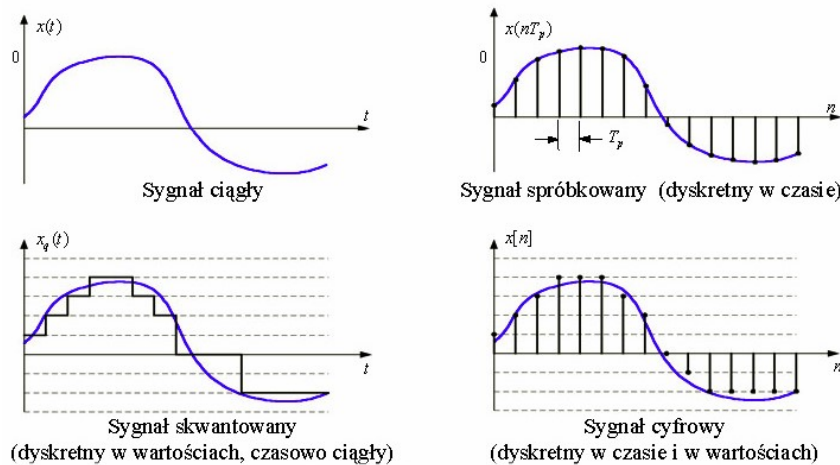
Opole 2020

1. Cel ćwiczenia.

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z funkcją gęstości widmowej mocy sygnału dla różnego typu sygnałów oraz zbadanie wpływu parametrów procesu próbkowania sygnału na kształt funkcji. W ćwiczeniu zaprezentowane zostanie zjawisko aliasingu i przecieków widma oraz procedury przeciwdziałania tym zjawiskom.

2. Konwersja analogowo-cyfrowa.

Sygnał analogowy $x(t)$ jest sygnałem o określonej w dowolnej chwili czasu t . Aby mógł być przetwarzany za pomocą układów cyfrowych musi zostać poddany konwersji analogowo-cyfrowej, która polega na przetworzeniu na ciąg N liczb $\{x[0], x[1], x[2], \dots, x[N-1]\}$ odpowiadających wartościom chwilowym sygnału analogowego w stałych odstępach czasu. Każdemu punktowi zostaje przypisana chwila czasowa oraz wartość. O ile przypisanie wartości odbywa się na określonych poziomach z rozdzielczością określaną na podstawie zakresu pomiarowego i rozdzielczości karty pomiarowej, to proces pobierania punktów z przebiegu czasowego (**próbkowanie**) można stosunkowo łatwo konfigurować poprzez zmianę odstępów czasowych pomiędzy próbkami. Pociąga to za sobą zmiany w odzwierciedlaniu sygnału analogowego w zapisie cyfrowym i ma istotny wpływ na identyfikację i przetwarzanie sygnału. Próbkowanie sygnału ciągłego $x(t)$ polega na akwizycji w dyskretnych momentach czasu $n \cdot \Delta t$ próbek $x(n \cdot \Delta t)$. W wyniku próbkowania otrzymuje się ciąg próbek sygnału $\{x(t_0), x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_{N-1})\}$ w dyskretnych chwilach t_i (Rys.1).

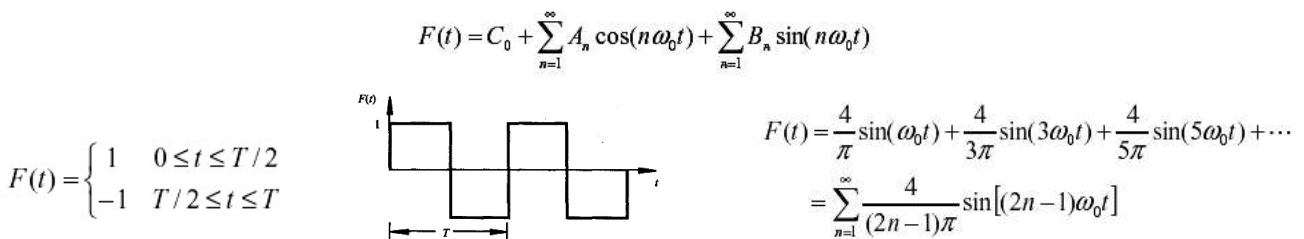


Rys. 1. Konwersja analogowo-cyfrowa.

3. Analiza sygnału

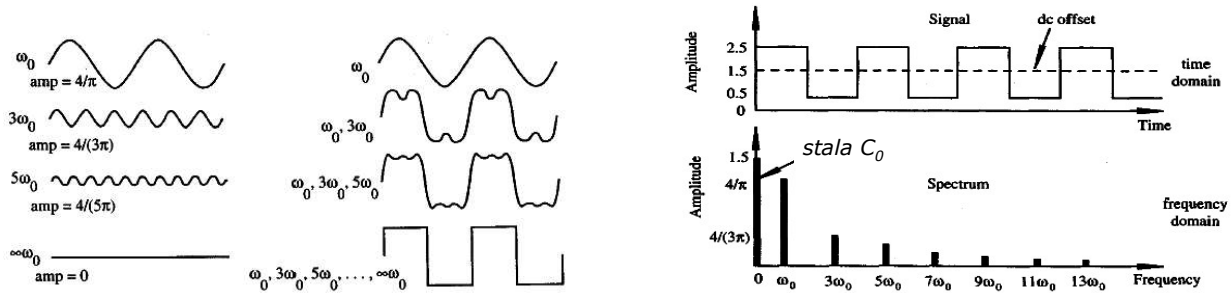
3.1 Widmo mocy sygnału.

Widmo sygnału jest jedną z podstawowych charakterystyk próbkowanego sygnału i przedstawia jego strukturę częstotliwościową (składowe harmoniczne sygnału). Wykorzystywane jest tutaj przekształcenia Fouriera (tzw. Procedura FFT : Fast Fourier Transform – Szybka Transformata Fouriera) zgodnie z którą dowolny sygnał analogowy jest przedstawiony za pomocą szeregu składowych harmonicznych o różnych amplitudach i częstotliwościach (Rys. 4).



Rys. 4. Transformata Fouriera dla przebiegu prostokątnego.

Sumowanie kolejnych składowych pozwala uzyskać sygnał coraz bardziej zbliżony do wyjściowego (Rys.5).

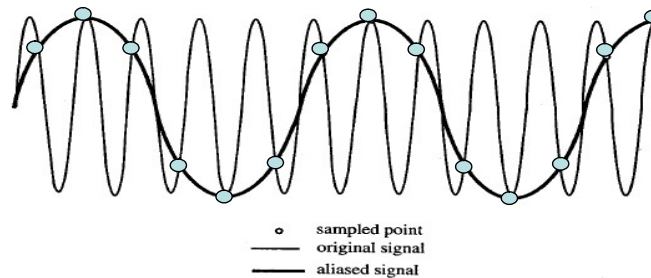


Rys. 5. Składowe harmoniczne i wykres widma sygnału.

Zwykle wartości dla funkcji widmowej są związane z mocą poszczególnych składowych harmonicznych, która jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy składowej. Mówimy wtedy o wykresie gęstości widmowej mocy.

3.2 Częstotliwość próbkowania. Zjawisko aliasingu.

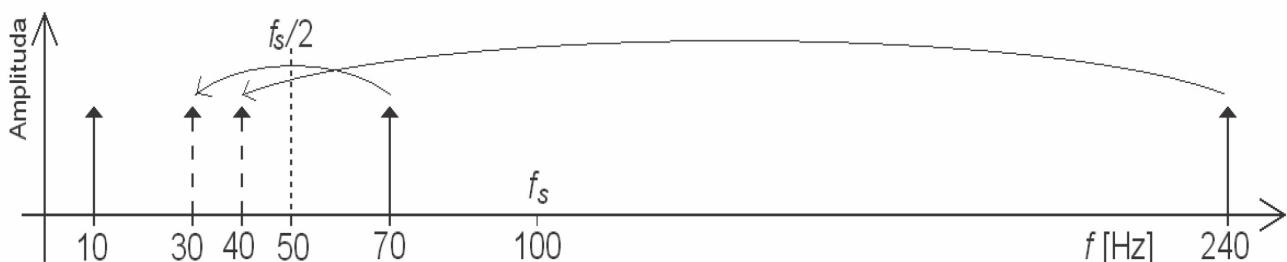
Ważnym parametrem próbkowania jest jego częstotliwość (sampling rate). Obecnie produkowane przetworniki analogowo-cyfrowe posiadają maksymalną częstotliwość próbkowania od kilkudziesięciu kiloherców do kilku megaherców. Częstotliwość próbkowania określa, ile próbek jest pobieranych w jednostce czasu. Aby pobrane próbki w sposób efektywny opisywały przetwarzany sygnał analogowy należy pobrać ich możliwie jak najwięcej. Oczywiście istnieją tu ograniczenia, głównie sprzętowe i dodatkowo duża częstotliwość próbkowania mocno obciąża system. Należy mieć świadomość, że nie można odwziedlić sygnałów o częstotliwości większej niż na to pozwala kata pomiarowa. Niewłaściwie dobrana częstotliwość próbkowania prowadzi zwykle do błędu interpretacji sygnału analogowego zwanego aliasingiem (Rys.2). Na podstawie punktów pobranych z oryginalnego przebiegu analogowego (Rys. 2 - original signal) system identyfikuje go jako sygnał o innej częstotliwości (Rys. 2 - aliased signal). Ma to miejsce w przypadku, gdy częstotliwość sygnału jest większa od pewnej częstotliwości granicznej.



Rys. 2. Zjawisko aliasingu.

Jeżeli przyjmijemy częstotliwość próbkowania f_s , to zgodnie z twierdzeniem Shannona-Kotelnikowa zjawisko nie wystąpi, gdy częstotliwość sygnału będzie spełniała warunek $2 \cdot f_A < f_s$, czyli częstotliwość próbkowania musi być co najmniej dwa razy wyższa niż najwyższa częstotliwość składowych występujących w sygnale. W przeciwnym przypadku częstotliwość zmierzona f_p zostaje „przesunięta” w kierunku niższych częstotliwości zgodnie z zależnością $f_p = |n \cdot f_s - f_A|$, gdzie $n \cdot f_s$ jest wielokrotnością częstotliwości próbkowania leżącą najbliżej częstotliwości f_A .

Jeżeli np. w sygnale występują składowe o częstotliwościach 10Hz, 70Hz i 240Hz (Rys. 3 [1]), a częstotliwość próbkowania wynosi $f_s = 100\text{Hz}$, to częstotliwość graniczna wynosi $f_s/2 = 50\text{Hz}$. W tym przypadku składowa 10Hz spełnia warunek graniczny i będzie przedstawiona na wykresie widma jako pik na częstotliwości 10Hz (Rys.3).



Rys. 3. Przykład przesunięcia widma [1].

Natomiast dla częstotliwości:

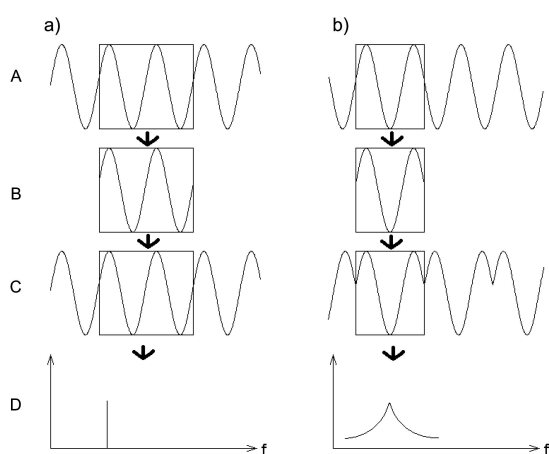
- 70Hz jest $|1 \cdot 100 - 70| = 30\text{Hz}$ (pik na cz. 30 Hz)
- 240Hz jest $|2 \cdot 100 - 240| = 40\text{Hz}$ (pik na cz. 40 Hz).

Zwykle dla określonej częstotliwości próbkowania stosuje się filtrowanie sygnału dla częstotliwości wyższych aniżeli połowa częstotliwości próbkowania. Jest to tzw. Filtr antyaliasingowy.

3.3 Okna czasowe. Zjawisko przecieku.

Procedura numeryczna transformaty Fouriera jest przeprowadzana dla określonej liczby próbek $n=1,2,3 \dots N-1$, gdzie N jest długością okna liczoną w próbkach. W praktyce mówimy o skończonym czasie obserwacji (pomiaru), które jest nazywane oknem czasowym. Przy zadanej częstotliwości próbkowania f_s i liczbie próbek N długość okna czasowego może być obliczona jako $T_w = N/f_s$. Ponieważ operacja ta polega na wycięciu fragmentu sygnału bez jego zniekształcania, okno to nazywane jest oknem czasowym prostokątnym.

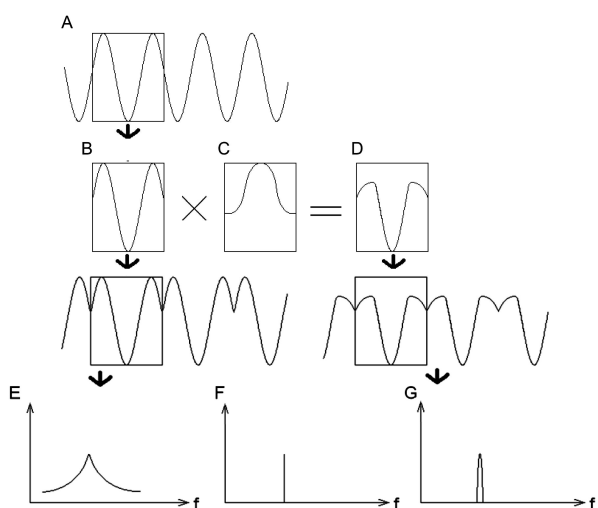
Na skutek skończonego czasu obserwacji powstaje zjawisko tzw. „przecieku widma”. Przeciek widma pojawia się w przypadku, gdy liczba cykli dla wyróżnionych w sygnale składowych harmonicznym nie jest liczbą całkowitą (Rys. 6).



A – sygnał oryginalny,
B – sygnał ograniczony oknem czasowym,
C – sygnał po operacji okienkowania,
D – widmo sygnału.

Rys. 6. Zjawisko przecieku widma a) szerokość okna równa dwóm okresom analizowanego sygnału, b) szerokość okna równa niecałkowitej liczbie okresów sygnału [1].

Skutkuje to poszerzeniem piku funkcji widma sygnału dla częstotliwości składowych, dla których ten efekt wystąpił. Wykres sugeruje, że w sygnale występują składowe o częstotliwościach zbliżonych do wyróżnionej składowej, co nie jest prawdą. Ponieważ największy wpływ na to zjawisko mają krańce okna czasowego zastosowanie dłuższych odcinków pomiarowych pozwala na dokładniejsze wyznaczenie funkcji widma sygnału. Aby nie zmieniać długości okna stosuje się okna czasowe wygładzające o innej postaci niż prostokątne, ale zniekształcają one sygnał tak, aby na krańcach okna czasowego zmniejszyć wagę sygnału (Rys. 7).



A – sygnał oryginalny,
B – sygnał czasowy ograniczony oknem czasowym,
C – kształt okna wygładzającego,
D – postać sygnału na wyjściu okna wygładzającego,
E – widmo sygnału obliczone bez okna wygładzającego,
F – teoretyczne widmo sygnału,
G – widmo sygnału ograniczonego oknem wygładzającym.

Rys. 7. Okna czasowe wygładzające [1].

Znanych jest wiele różnych okien, różniących się charakterystyką. Wybór danego okna zależy od konkretnego zastosowania, np. okno prostokątne nadaje się bardziej do przebiegów nieustalonych, okno Hanninga do sygnałów ciągłych [1].

Poszczególne funkcje różnią się szerokością listka głównego i tłumieniem listków bocznych, co ma znaczenie w rozdzielczości analizy częstotliwościowej. Jeżeli szerokość listka głównego będzie większa od różnicy częstotliwości dwóch składowych, to odpowiadające im prążki zleją się w jeden. Jeżeli natomiast wysokość listków bocznych będzie porównywalna z amplitudą innych składowych, to te składowe mogą nie zostać wykryte [1].

4. Przebieg ćwiczenia.

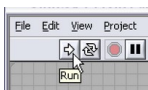
Program do analizy sygnału.

Do wykonania ćwiczenia należy wykorzystać program *analiza_sygnalow.exe*. Po uruchomieniu programu wyświetlony zostanie interfejs użytkownika (Rys. 8).

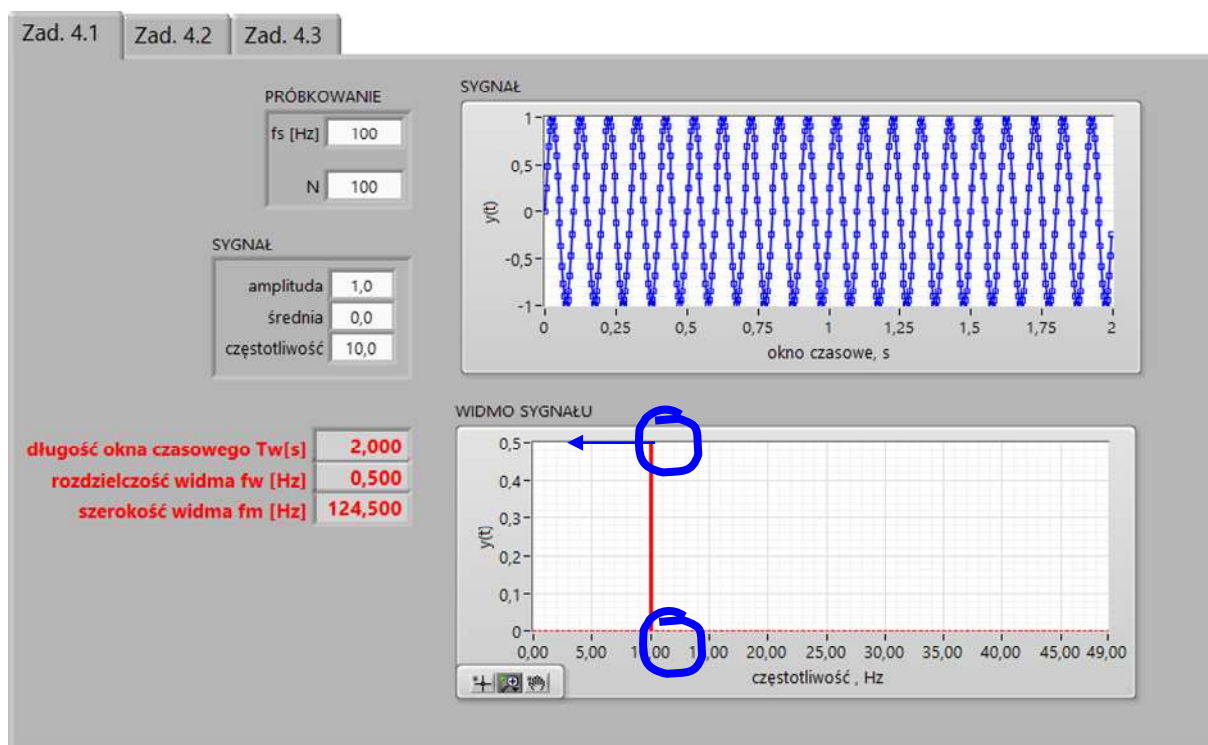
Do poszczególnych zadań należy wykorzystać zawartość programu w zakładkach **Zad.4.1, Zad. 4.2 i Zad. 4.3.**

Ramka SYGNAŁ pozwala na konfigurację symulowanego sygnału sinusoidalnego w polach: **amplituda** sygnału, wartość **średnia** sygnału, **częstotliwość** sygnału, Hz.

Ramka PRÓBKOWANIE zawiera pola określające **częstotliwość próbkowania f_s [Hz]** i **liczbę punktów N** w pomiarze.



Po wprowadzeniu danych uruchomienie programu odbywa się za pomocą ikony ze strzałką, która znajduje się w lewym, górnym rogu okna programu. Program jest wykonywany tylko raz, aby wykonać następne obliczenia należy wprowadzić dane i ponownie uruchomić program.



8. Interfejs programu.

Jako wynik otrzymuje się wykresy:

- obraz sygnału analogowego (kolor niebieski na górnym wykresie),
- wykres funkcji $G_x(f)$ gęstości widmowej mocy sygnału (na wykresie dolnym).

Na wykresie widma możliwe jest odczytanie częstotliwości oraz przybliżoną wartość funkcji $G_x(f)$, np. na Rys. 8: $f=10$ Hz, $G_x(f)=0,5$

Dodatkowo wyświetlane są wartości parametrów konwersji analogowo-cyfrowej charakteryzujące wykresy.

Edycja wykresów: możliwa jest zmiana zakresu osi na wykresach poprzez dwukrotne kliknięcie na etykiecie liczby określającej wartości minimalną i maksymalną na osi.

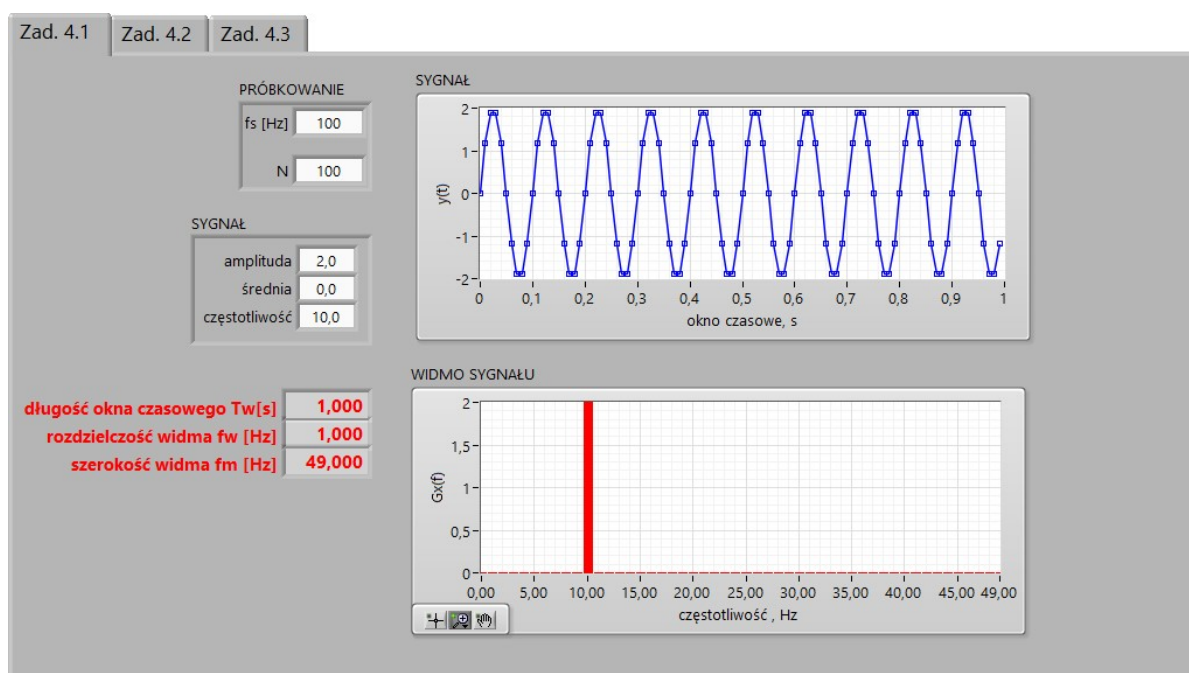
Aby zapisać wykres w postaci graficznej należy kliknąć prawym klawiszem myszy na wykresie i z pojawiającego się menu wybrać opcję *Export/Export Simplified Image*. W oknie dialogowym należy zaznaczyć typ pliku *Bitmap (.bmp)*, wybrać opcję *Save to file* i wskazać miejsce zapisu pliku na dysku lokalnym.

Zad. 4.1 Analiza widma mocy sygnału sinusoidalnego

1. Wprowadzić następujące parametry do programu:

PRÓBKOWANIE: f_s **100**
 N **100**

Parametry próbkowania pozostają bez zmian, czyli warunki konwersji analogowo-cyfrowej są stałe. Pozwala to mierzyć ten sam odcinek czasowy $T_w=1s$, nie zmieniają się też parametry dla wykresu widma sygnału – szerokość widma $f_m=49$ Hz, rozdzielczość widma $f_w=1$ Hz.



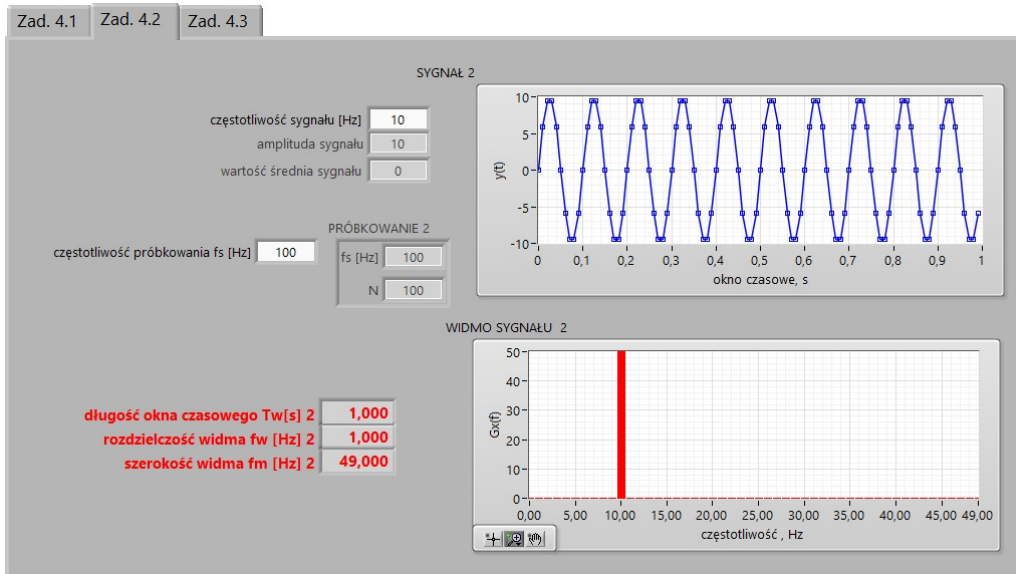
SYGNAŁ: Powtórzyć analizę dla serii danych z tabeli poniżej.

amplituda	średnia	częstotliwość
2	0	10
2	0	25
5	0	10
5	0	25
2	2	10
2	4	10

2. Uruchomić program i zapisać wykres $G_x(f)$, dla słupków na wykresie odczytać częstotliwości f i wartości funkcji $G_x(f)$ jak na Rys. 8.
3. Jak różnią się wykresy widma mocy sygnału pomiędzy sobą pod względem częstotliwości składowych harmonicznych i poziomów wartości funkcji G_x ? Dokonać oceny wpływu: a) częstotliwości sygnału, b) amplitudy sygnału, c) wartości średniej sygnału na postać wykresu mocy sygnału.

Zad. 4.2 Wpływ częstotliwości próbkowania, badanie zjawiska aliasingu.

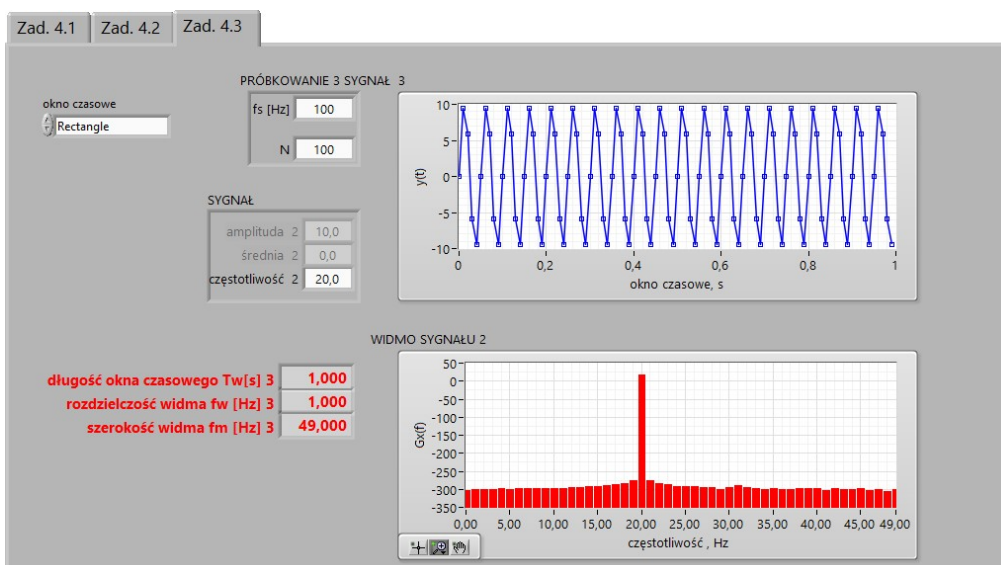
- Wprowadzić do programu parametry:
 - częstotliwość próbkowania $f_s = 100$ Hz
 - częstotliwość sygnału $f_A = 10$ Hz



- Uruchomić program i zapisać wykresy dla częstotliwości sygnału: $f_A = 10, 20, 60, 130, 342$ Hz
- Czy wykresy funkcji gęstości widmowej mocy przedstawiają właściwą charakterystykę analizowanego sygnału? Jaka są częstotliwości będąca wynikiem analizy?
- Dla zadanej częstotliwości próbkowania f_s i częstotliwości sygnału f_A obliczyć częstotliwość aliasingu sygnału f_p :
 $f_p = |n \cdot f_s - f_A|$, gdzie $n \cdot f_s$ jest wielokrotnością częstotliwości próbkowania leżącą najbliżej częstotliwości f_A . (patrz rozdział 3.2 instrukcji).
- Dlaczego dla $f_A = 60$ Hz wykres widma mocy sygnału jest niewłaściwy pomimo że $f_A < f_s$?
- Oblicz wymaganą częstotliwość próbkowania f_s niezbędną do uzyskania prawidłowej postaci widma sygnału dla sygnałów, dla których zaobserwowano zjawisko aliasingu. Wykonać ponownie symulację dla obliczonych częstotliwości próbkowania i sprawdzić otrzymane wyniki.

Zad. 4.3 Wpływ okien czasowych na postać funkcji widmowej mocy.

- Wprowadzić do programu parametry PRÓBKOWANIA:
 liczba próbek $N = 100$, cz. próbkowania $f_s = 100$ Hz
- Ustawić okno czasowe prostokątne (Rectangle).



3. Wykonać wykresy widma sygnału dla częstotliwości SYGNAŁU **20 Hz** i **20,6 Hz**
Opisz różnicę pomiędzy wykresami dla okna czasowego prostokątnego i sygnałów o cz. 20 i 20,6 Hz.
Co jest przyczyną tego efektu?
4. Dla sygnału o częstotliwości **20,6 Hz** wykonać wykresy z zastosowaniem **okien czasowych: Hanninga i Balckmana**.
W jaki sposób zmiana okna czasowego wpływa na postać sygnału pooddawanego dalszej analizie?
Porównaj przebiegi czasowe dla różnych typów okna czasowego.
Dla sygnału o cz. 20,6 Hz opisz różnice wykresów funkcji widmowej mocy sygnału.

5. Sprawozdanie.

W sprawozdaniu należy opisać cel i zakres wykonanych symulacji. Należy zamieścić wykresy z opisami oraz wykonane obliczenia. Do każdego zadania odpowiedzieć na pytania, opracować obserwacje i wnioski.

Literatura:

- [1.] D. Świsulski, Przykłady cyfrowego przetwarzania sygnałów w LabVIEW, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2014
- [2.] Przewodniki i dokumentacja National Instruments (www.ni.com)